



## MERIA scenarij "Povečanje ploščine"

Standardi znanja (pričakovani dosežki)	Če stranice večkotnika povečamo z določenim faktorjem $k$ , se njegova ploščina poveča s faktorjem $k^2$ .
Splošni cilji	Samostojno algebrsko in geometrijsko razmišljanje, formuliranje splošnih trditev in dokazov na podlagi formul za obsege in ploščine različnih likov, po možnosti vključno s sinusno funkcijo in z upoštevanjem aditivnosti ploščine, če večkotnik razdelimo na več delov. Pojem podobnih večkotnikov. Če so dijaki vajeni dela z informacijsko-komunikacijsko tehnologijo: postavljanje hipotez v grafičnem okolju in njihova uporaba kot izhodišče za dokaz.
Potrebno matematično predznanje	Dijaki morajo imeti določeno predznanje iz računanja ploščine večkotnikov, npr. trikotnikov in štirikotnikov. Poznati morajo še: Podobnost, uporaba koeficienta podobnosti pri večanju večkotnika.
Letnik	Dijaki, stari od 15 do 16 let
Trajanje	90 minut, dve učni uri
Potrebni material	Kemični svinčnik ali nalivno pero, milimetrski papir, ravnilo, žepno računalno, informacijsko-komunikacijska tehnologija kot npr. GeoGebra. Morda tudi mobilni telefon (za delo s slikami). Uporaba tehnologije ni nujna, lahko pa izboljša izkušnjo dijakov.

### Opazanja med učnim procesom

Kontekst opazovanja (razred, šola, država itd.):

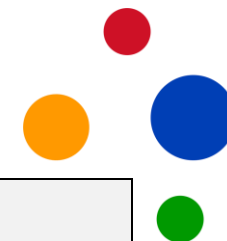
### Problem:

Oglejte si obe sliki. Če ju odprete na svojem pametnem telefonu ali računalniku, ju lahko enostavno povečate z vlečenjem. Kaj se zgodi s ploščino dela slike, ki jo pokriva piramida oz. črna stavba, ko sliki povečamo?

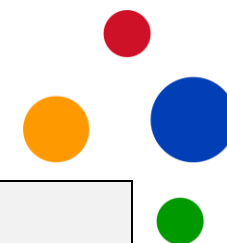




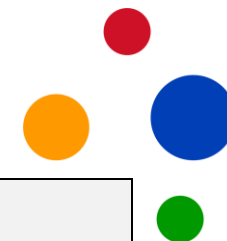
Faza	Dejavnosti in navodila učitelja	Dejavnosti in odzivi dijakov	Opazanja med izvedbo
Devolucija (Prenos) (didaktična)  2 min	Učitelj najprej preveri predznanje dijakov tako, da postavi naslednji vprašanja: <i>»Kaj moram vedeti, da lahko določim ploščino trikotnika? Oziroma ploščino katerega koli drugega večkotnika? Ni možen samo en odgovor, lahko navedete več različnih odgovorov oziroma možnosti.«</i>  Dijake prosi, da zapišejo odgovor na list papirja. Za to imajo na voljo 2 minuti.	Dijaki sprejmejo nalogo in po potrebi kaj vprašajo, da se prepričajo, da razumejo nalogo pravilno.	
Reševanje (Delovanje) v kombinaciji s Formulacijo (Zapisom ugotovitev) (adidaktična)  2 min	Učitelj hodi po razredu in spremlja, kakšne ideje so zapisali dijaki.	Dijaki zapišejo formule, kot so $S_{pravokotnika} = d \cdot v,$ $S_{trikotnika} = \frac{v \cdot b}{2},$ $S = \frac{a \cdot b \cdot \sin \gamma}{2}.$ <p>Omenijo lahko, da lahko ploščino izračunamo kot vsoto ploščin trikotnikov, na katere lahko razdelimo večkotnik.</p> <p>Druge metode: štetje kvadratkov na milimetrskem papirju ali metode z uporabo računalnika.</p>	
Verifikacija (Potrditev) (didaktična)  5 min	Učitelj prosi nekatere dijake, da predstavijo svoje ugotovitve. Zapišejo in narišejo jih na tablo. Za predstavitev učitelj izbere dijake, ki so imeli raznolike ideje. Učitelj prosi ostale dijake, da postavljajo vprašanja ali komentirajo predstavitev.	Dijaki poslušajo predstavitev sošolcev in jih prosijo za dodatno razlago ter komentirajo ugotovitve, zapisane na tabli, oz. razpravljajo o njih.	



<p>Institucionalizacija (Oblikovanje ustaljenega zapisa) (didaktična)</p> <p>5 min</p>	<p>Učitelj povzame vse predstavljene načine določanja ploščine večkotnikov in po potrebi dopolni zapise na tabli (če so dijaki kaj povedali, niso pa zapisali).</p>	<p>Dijaki poslušajo in nekateri bodo morda delali zapiske, vendar to ni obvezno.</p>	
<p>Devolucija (Prenos) (didaktična)</p> <p>2 min</p>	<p>Dijake razdelimo v skupine po 3, vendar jih spodbujamo, da v začetku delajo individualno.</p> <p>Učitelj dijakom zastavi problem glede ploščine dela slike pri večanju slike in jih vpraša, če ga razumejo.</p> <p>Dijakom nato priskrbi (oz. jih prosimo, da prinesejo) karirast papir, milimetrski papir, škarje, ravnilo, žepno računalnik in računalnik z ustrežno programsko opremo (ki jo običajno uporabljajo pri pouku).</p> <p>Dijakom pove, da imajo na voljo 15 minut časa, da formulirajo odgovor z utemeljitvijo, ki ga bodo kasneje predstavili sošolcem.</p>	<p>Dijaki poslušajo in po potrebi postavljajo dodatna vprašanja.</p> <p>Vzamejo potrebni material, npr. papir, ravnilo itd.</p>	
<p>Reševanje (Delovanje) (adidaktična)</p> <p>15 min</p>	<p>Učitelj kroži po razredu in beleži, katere strategije so si izbrali dijaki. <i>V samostojno reševanje dijakov se ne vmešava, razen če treba razjasniti problem.</i></p>	<p>Dijaki začnejo preizkušati nekatere od strategij v svoji skupini.</p> <p>Glej spodaj <i>Možni načini, kako lahko dijaki dosežejo standarde znanja.</i></p>	

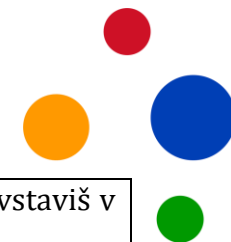


<p>Formulacija (Zapisom ugotovitev) (adidaktična)</p> <p>10 min</p>	<p>Učitelj prosi skupine, da izberejo en odgovor na dani problem tako, da člani skupine predstavijo svoje ideje in o njih razpravljajo (nekateri skupine so morda že prej začele s to dejavnostjo, če so bili člani brez idej ali pa so dvomili o njih). Učitelj opazuje skupinsko delo, da lahko načrtuje predstavitev.</p>	<p>Dijaki na kratko predstavijo svoje delo. Nekateri dijaki bodo morda preskočili predstavitev svojega dela z argumentom, da so uporabili podobne strategije kot drugi člani skupine.</p> <p>Skupine pripravijo predstavitev rešitve problema.</p>	
<p>Verifikacija (Potrditev) (didaktična)</p> <p>20 min</p>	<p>Učitelj pokliče skupine, da druga za drugo predstavijo rešitve – začnejo z bolj praktičnimi in ohlapnimi formulacijami in končajo z najbolj splošnimi argumenti. Dijake spodbuja, da med predstavitvami drugih skupin postavljajo podrobnejša vprašanja. Če nobena skupina ne postavlja vprašanj in se učitelju zdijo deli predstavitev nejasni ali pa odkrije napake, vprašanja zastavi učitelj.</p>	<p>Dijaki predstavijo svoje rešitve po najboljših močeh, nato pa poslušajo in postavljajo podrobnejša vprašanja, če ne razumejo drugih predstavitev.</p>	
<p>Devolucija (Prenos) (didaktična)</p> <p>2 min</p>	<p>Učitelj prosi skupine, da razložijo povezave in razlike med predstavljenimi rešitvami. Katera je »najbolj uporabna« in zakaj?</p>	<p>Dijaki poslušajo.</p>	
<p>Reševanje (Delovanje) v kombinaciji s Formulacijo (Zapisom ugotovitev) (adidaktična)</p> <p>15 min</p>	<p>Učitelj kroži po razredu in opazuje, kaj si dijaki zapisujejo in o čem se pogovarjajo.</p>	<p>Dijaki lahko gradijo argumente na konkretnih primerih, izračunih ali z algebrskimi pristopi.</p>	

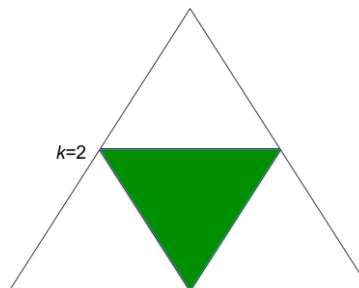


<p>Verifikacija (Potrditev) (didaktična)</p> <p>10 min</p>	<p>Učitelj na podlagi opazovanja dela posameznih skupin določi zaporedje različnih predstavitev odgovorov. V primeru uporabe podobnih postopkov se bo učitelj morda odločil, da vse skupine ne bodo predstavile svojega dela.</p>	<p>Skupine predstavijo svoje odgovore in jih zapisujejo na tablo. Preostale skupine po potrebi postavljajo dodatna vprašanja in komentirajo.</p>	
<p>Institucionalizacija (Oblikovanje ustaljenega zapisa) (didaktična)</p> <p>5 min</p>	<p>Učitelj naredi povzetek tako, da izpostavi različne strategije in ponovno poudari povezanost strategij in kako se medsebojno podpirajo. Prav tako izpostavi, da so morda v nekaterih primerih določene strategije ustrežnejše – lahko poda nove primere.</p> <p>Rešitev poda v obliki ustaljenega splošnega zapisa in izpostavi, kako se to vidi v različnih rešitvah dijakov.</p>	<p>Dijaki poslušajo in nekateri bodo morda delali zapiske.</p>	

<p>Možni načini, kako lahko dijaki dosežejo standarde znanja</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ Risanje večkotnikov na milimetrskem papirju, štetje števila prekritih kvadratkov na originalni in povečani sliki (brez eksplicitne uporabe koncepta koeficienta podobnosti).</li> <li>○ Risanje na poljuben list papirja, merjenje osnovnice <math>b</math> in višine <math>v</math> z ravnalom, da bi izračunali ploščino s pomočjo formule <math>S = \frac{v \cdot b}{2}</math> (ponovno brez uporabe koeficienta podobnosti).</li> <li>○ Eksperimentiranje z različnimi koeficienti podobnosti (2, 3, 0.5 itd.):             <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Algebraično na podlagi primerov (različne velikosti trikotnikov).</li> <li>○ Gornja strategija se lahko izvede s pomočjo IKT.</li> <li>○ S pomočjo milimetrskega papirja. Nariše različne oblike, se jih poveča in prešteje pokrite kvadratke.</li> <li>○ Z risanjem trikotnikov na papir in uporabo ravnala za merjenje stranic ter računanjem dobljene ploščine.</li> <li>○ Oblike se lahko nariše s pomočjo IKT, npr. Geogebra. Stranice in ploščine se lahko izmerijo s pomočjo ustreznega ukaza, odvisno od uporabljenega programa.</li> </ul> </li> </ul>
--	---



- Risanje trikotnikov in izrezovanje iz papirja. Če je povečava celo število  $k$ , potem lahko majhen trikotnik vstaviš v povečanega  $k^2$ -krat.



- Z uporabo IKT: nariši večkotnik, povleci ga, dokler se ne poveča za določen koeficient, in ukaži programu, da izračuna ploščine. Na primer, dijaki lahko uporabijo program »The Geometer's Sketchpad« za povečavo slik in opazujejo, kaj se dogaja s ploščino.
- Na podlagi opisanih eksperimentov lahko sklepamo naslednje:
  - Če povečamo dolžino stranice pravokotnega trikotnika (z višino  $v$  in osnovnico  $b$ ) s koeficientom podobnosti  $k$ , potem bo nova višina znašala  $k \cdot v$  in osnovnica  $k \cdot b$ . To pomeni, da se ploščina poveča s koeficientom  $k^2$ , saj je  $S_2 = \frac{1}{2} \cdot kv \cdot kb = k^2 \cdot S_1$ , pri čemer je  $S_1$  ploščina prvotnega trikotnika.
  - Za poljubni trikotnik z višino  $v$  in osnovnico  $b$  je potreben argument, zakaj se višina poveča na  $k \cdot v$ . To lahko storimo, če si pogledamo dva pravokotna trikotnika, ki skupaj sestavljata splošen trikotnik.
  - Če povečamo dolžino stranice poljubnega trikotnega (s stranicami  $a, b$  in vmesnim kotom  $\gamma$ ) s koeficientom podobnosti  $k$ , potem lahko prvotno ploščino izračunamo kot  $S_1 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \gamma$ . Povečana ploščina je tedaj  $S_2 = \frac{1}{2} \cdot ka \cdot kb \cdot \sin \gamma = k^2 \cdot S_1$ .
  - V primeru enakostraničnih trikotnikov lahko uporabijo formulo  $p = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$  in podobno odkrijejo, da se ploščina poveča s koeficientom  $k^2$ , če se  $a$  poveča s koeficientom  $k$ .
  - V primeru slike na desni strani (in drugih večkotnikov) razdelite večkotnik na trikotnike in izračunajte vsoto ploščin z uporabo nekaterih omenjenih metod za trikotnike.
  - Lahko uporabijo Heronovo formulo:  $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ . Ta možnost zahteva, da dijaki znajo operirati z izrazi s koreni in potencami.